

SUR LES CORRESPONDANCES MULTIVOQUES ENTRE DEUX ENSEMBLES ABSTRAITS.

PAR

W. SIMONSEN
à COPENHAGUE.

1. Le but de cet ouvrage est la démonstration de quelques propriétés générales des correspondances multivoques, qu'il est possible d'établir entre deux ensembles abstraits. Les ensembles considérés sont d'une nature complètement générale; nous ne supposons point qu'ils sont munis de quelque sort de structure, comme c'est le cas pour les espaces envisagés dans la topologie générale, ou pour les groupes abstraits de l'algèbre.

Rappelons d'abord quelques notions et relations fondamentales de la théorie des correspondances multivoques, qui sont indispensables pour les considérations suivantes¹.

Si a et b sont des éléments quelconques, nous pouvons former la paire ordonnée (a, b) de ces éléments; l'égalité $(a, b) = (c, d)$ est, par définition, équivalente aux deux égalités $a = c$ et $b = d$. Si (a, b) est une paire ordonnée, nous définirons la paire inverse comme (b, a) .

Soient P et Q deux ensembles arbitraires, non vides. Nous définirons une correspondance multivoque f entre P et Q comme un ensemble des paires ordonnées (a, b) telles que $a \in P$ et $b \in Q$, que tout $a \in P$ est l'élément premier dans une paire au moins, et que tout $b \in Q$ appartient comme deuxième élément à une paire au moins.

¹ Pour la démonstration de ces relations, voir par exemple W. SIERPIŃSKI: *Leçons sur les nombres transfinis* (1928), pp. 16—18. Nous écrirons $a \in A$, si a est un élément de l'ensemble A , et $B \subseteq A$, si B est un sous-ensemble de A . L'ensemble vide sera désigné par O , et l'ensemble formé d'un seul élément a par $\{a\}$. Nous désignerons par $\sum_{\alpha} A_{\alpha}$ ou $A_{\alpha'} + A_{\alpha''} + \dots$ l'union, par $\prod_{\alpha} A_{\alpha}$ ou $A_{\alpha'} A_{\alpha''} \dots$ l'intersection des ensembles d'un système arbitraire $(A_{\alpha}) = (A_{\alpha'}, A_{\alpha''}, \dots)$ d'ensembles, et par $A' - A''$ la différence des ensembles A' et A'' (ne supposant pas que $A'' \subseteq A'$).