FASTPERIODISCHE LÖSUNGEN DER WELLENGLEICHUNG.

Von

S. BOCHNER

in Princeton N. J.

Wir meinen die Gleichung

$$\sum_{p=1}^{k} \frac{\partial}{\partial x_p}\left(\sum_{q=1}^{k} a_{pq}(x)\frac{\partial \varphi}{\partial x_q}\right) = \mu(x)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \qquad a_{pq}(x) = a_{qp}(x) \tag{1}$$

mit »elliptischer» linker Seite [Präzisierung erfolgt später], welche eine Verallgemeinerung der klassischen Wellengleichung

$$\sum_{p=1}^{k} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_p^2} = \mu(x)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$$

auf krummlinige Koordinaten bzw. Räume ist. Die Koeffizienten a_{pq}, μ sind Funktionen der $x_1, \ldots, x_k$ in einem beliebigen (auch unbeschränkten) offenen Gebiet G des k-dimensionalen Raumes, und auch alle sonstigen Funktionen der x werden nur in diesem offenen Gebiet betrachtet werden. Wenn eine Funktion, wie z. B. eine Lösung $\varphi(x, t)$ von (1), auch von t abhängt, so durchläuft t das Gesamtintervall $[-\infty, \infty]$.

Üblicherweise werden die Lösungen von (1) dahin eingeschränkt, dass sie für jedes t als Funktionen in x gewissen »Randbedingungen» genügen sollen, z. B. dass sie verschwindende Randwerte haben. Wie auch diese Randbedingungen im Einzelnen beschaffen sein mögen, sie sind immer »linear». D. h. bezeichnet man mit $\mathfrak{F}$ die Gesamtheit der Funktionen in x mit diesen Randbedingungen, und ist $f_1 \subset \mathfrak{F}$, $f_2 \subset \mathfrak{F}$, und sind c_1, c_2 beliebige Zahlen, so ist auch $c_1 f_1 + c_2 f_2 \subset \mathfrak{F}$.[1]

[1] Alle Zahlen und Funktionswerte sind bis auf weiteres reell.