

UN PROBLÈME DE COMPOSITION DES SINGULARITÉS DES SÉRIES DE DIRICHLET GÉNÉRALES.

Par

MAURICE BLAMBERT.

Introduction.

Le problème de la composition des singularités des séries de Dirichlet générales à exposants réels fut, en 1929, dans un mémoire de cette revue, posé en termes précis par S. MANDELBROJT qui formulait des théorèmes généralisant les théorèmes célèbres de J. HADAMARD et A. HURWITZ sur la composition des singularités des développements tayloriens.

Quelques années plus tard, en 1933, dans un mémoire des *Annals of Mathematics*, G. PÓLYA énonçait, au sujet du théorème de J. HADAMARD, des conditions suffisantes pour que le produit de deux points singuliers des fonctions composantes soit point singulier de la fonction composée; précisant une terminologie relative à diverses espèces de points singuliers, cet auteur obtenait un important théorème contenant comme cas particuliers des résultats anciens, bien connus, obtenus dans cette voie par E. BOREL et G. FABER.

A ma connaissance aucun essai analogue à ceux de E. BOREL, G. FABER, G. PÓLYA n'avait jusqu'ici été tenté sur la généralisation due à S. MANDELBROJT du théorème de J. HADAMARD, généralisation que nous conviendrons d'appeler théorème HADAMARD-MANDELBROJT. Précisons cependant que H. CRAMÉR avait posé un problème très voisin: celui de la recherche des singularités des séries de Dirichlet d'une certaine classe communément appelée depuis, par divers auteurs, classe de CRAMÉR; problème auquel G. PÓLYA, à l'aide de ses notions de « point extrême » et de « diagramme conjugué » d'une fonction entière, a apporté une contribution intéressante généralisée par V. BERNSTEIN s'inspirant d'un travail de J. SOULA.