

ÜBER DIE DARSTELLUNG DER GANZEN SPITZENFORMEN ZU DEN IDEALSTUFEN DER HILBERTSCHEN MODULGRUPPE UND DIE ABSCHÄTZUNG IHRER FOURIERKOEFFIZIENTEN

VON

KARL-BERNHARD GUNDLACH

Münster in Westfalen

II. Mathematisches Institut der Universität

Einleitung

Erst kürzlich (Math. Ann. 124 (1951) S. 38) hat Siegel den Wunsch ausgesprochen, man solle die Peterssonsche Methode auf den Fall der Hilbertschen Modulgruppe übertragen. Diese Übertragung wird in der vorliegenden Arbeit durchgeführt. Für die Anregung zu der Arbeit und das Interesse an ihrer Durchführung möchte ich Herrn Professor Dr. Petersson an dieser Stelle meinen Dank aussprechen.

Ich will zunächst einiges über die Peterssonsche Methode im Fall einer Variablen sagen. Zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten einer ganzen Modulform hat Hecke das folgende Verfahren angegeben. Man subtrahiere von der Modulform eine passende Linearkombination von Eisensteinreihen so, dass als Rest eine ganze Spitzenform bleibt. Die Fourierkoeffizienten der Linearkombination der Eisensteinreihen sind unendliche Reihen bekannter Bauart, die sich auf endliche Teilersummen zurückführen lassen. Der jeweilige Fourierkoeffizient der ganzen Spitzenform tritt als Restglied hinzu. Die Peterssonsche Methode kann hier zur Abschätzung dieses Restgliedes herangezogen werden. Ihr wesentlicher Vorteil gegenüber der Methode von Hardy und Littlewood liegt darin, dass man nicht wie bei Hardy und Littlewood direkt die Fourierkoeffizienten der vorgelegten Funktionen abzuschätzen sucht, sondern zunächst auf analytischem Wege zeigt, dass die Funktion sich als Linearkombination einer Anzahl wesentlich besser bekannter Funktionen, nämlich von Poincaréschen Reihen, darstellen lässt. Mit Hilfe der Metrisierung beweist man hierzu den Vollständigkeitssatz für Poincarésche