EINE AN DIE NICHOLSONFORMEL ANSCHLIESSENDE ASYMPTOTISCHE ENTWICKLUNG FÜR ZYLINDERFUNKTIONEN[1]

VON

WALDEMAR SCHÖBE

in Stuttgart

Einleitung

Es sind drei wesentlich verschiedene asymptotische Entwicklungen für Zylinderfunktionen bekannt. Die Formeln (1), (2), (3) stellen je einen für Gestalt und Geltungsbereich typischen Spezialfall dar; dabei werden der Einfachheit halber z und ν vorläufig als positiv vorausgesetzt, während später alle Variablen grundsätzlich komplex sein dürfen.

Hankelsche Entwicklung:

$$H_\nu^{(2)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\, e^{-i\left(z-\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\nu+\frac{1}{2}+m)}{\Gamma(\nu+\frac{1}{2}-m)}\, \frac{(2\,i\,z)^{-m}}{m!}, \tag{1}$$

gültig für $z \to +\infty$ bei festem ν.

Debyesche Ausnahmereihe:

$$H_{z-\gamma}^{(2)}(z) \sim \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{l+1}{3}\right) \left(\frac{6}{z}\, e^{\pi i}\right)^{\frac{l+1}{3}} \Gamma\left(\frac{l+1}{3}\right) B_l(\gamma), \tag{2}$$

gültig für $z \to +\infty$ bei festem $\gamma = z - \nu$. Dabei bedeutet $\left(\frac{l+1}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{2\pi(l+1)}{3}$ eine der Zahlen 0, $+1$, -1 und $B_l(\gamma)$ ein Polynom $l$ten Grades in γ mit rationalen Koeffizienten.

Debyesche Hauptreihe:

$$2\,J_\nu(\nu\, \mathfrak{Sec}\, b) \sim \frac{2}{\sqrt{\pi}}\, e^{\nu(\mathfrak{Tg}\, b - b)} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{P_l(\mathfrak{Ctg}^2\, b)}{(2\nu\, \mathfrak{Tg}\, b)^{l+\frac{1}{2}}}, \tag{3}$$

---

[1] Habilitationsschrift in der Fakultät für Mathematik und Physik der Technischen Hochschule Darmstadt. Referent: Prof. Dr. A. WALTHER, Korreferent: Prof. Dr. C. SCHMIEDEN.