

# ÜBER DIE MULTIPLIKATION DER KAUSALFUNKTIONEN IN DER QUANTENTHEORIE DER FELDER

VON

N. N. BOGOLIUBOW und O. S. PARASIUK

*in Moskau (N. N. B.) und in Kiev (O. S. P.)*

## **Einführung**

Die verallgemeinerten Funktionen von Sobolew [1] und Schwartz [2] finden heute eine immer breitere und breitere Anwendung. In erster Reihe umfasst dieses Anwendungsgebiet die Theorie der linearen Probleme der mathematischen Physik. Bei nichtlinearen Problemen findet diese Theorie fast keine Anwendungen. Dies lässt sich wohl dadurch erklären, dass bis jetzt die Theorie der nichtlinearen Operationen mit verallgemeinerten Funktionen noch nicht ausgearbeitet ist. Die einfachste nichtlineare Operation ist die Multiplikation. Nun hat Schwartz [3] in einer seiner Arbeiten gezeigt, dass es praktisch nicht möglich ist, eine vernünftige Multiplikation im Gebiete der verallgemeinerten Funktionen zu definieren. Da aber die Operation der Multiplikation der speziellen verallgemeinerten Funktionen in der Quantentheorie der Felder eine besonders wichtige Rolle spielt, nämlich bei der Konstruktion der Streumatrix mit störungstheoretischen Methoden, so ist das Problem der Ausarbeitung einer Theorie der Multiplikation für spezielle sogenannte Kausalfunktionen ein zentrales Problem der modernen mathematischen Physik. Die Physiker haben versucht, diese Aufgabe in der folgenden Weise zu lösen. Unter Benutzung der Tatsache, dass die Fouriertransformation der Kausalfunktionen durch eine Folge gewöhnlicher Funktionen dargestellt werden kann (siehe weiter strenge Definition im § 1), versuchte man, die Fouriertransformation des Produktes zu schreiben. Dabei erschienen aber im Allgemeinen divergente Integrale, da die Funktionen unter dem Integralzeichen oft zu schnell im Unendlichen anwachsen. Damit entstand der Wunsch, diesen divergenten Integralen einen finiten Sinn beizulegen. Bemühungen in dieser Richtung führten zur Ausarbeitung einer speziellen Subtraktionstechnik (Schwinger [4], Feynmann [5], [6],