ZUR ISOPERIMETRISCHEN UNGLEICHUNG AUF GEKRÜMMTEN FLÄCHEN[1]

VON

ALFRED HUBER

in Zürich

Auf einer Riemannschen Fläche R sei eine konforme Metrik

$$ds = e^{u(z)} |dz| \tag{1}$$

(z = Ortsuniformisierende) definiert. (Ein konformer Parameterwechsel $z = \varphi(\zeta)$ soll also die Transformation $\tilde{u}(\zeta) = u(\varphi(\zeta)) + \log|\varphi'(\zeta)|$ bewirken, so dass

$$ds = e^{u(z)} |dz| = e^{\tilde{u}(\zeta)} |d\zeta|$$

invariant bleibt.) Dabei werde vorausgesetzt, dass u sich lokal als Differenz subharmonischer Funktionen darstellen lässt[2]

$$u(z) = u_1(z) - u_2(z) \tag{2}$$

(z = Ortsuniformisierende).

In bekannter Weise (F. Riesz [10]) sind den Funktionen u_1 und u_2 positive Massenbelegungen, μ_1 und μ_2, zugeordnet (vgl. Formeln (6) und (7) dieser Arbeit). Natürlich hängen diese von der Wahl der Zerlegung (2) ab. (Letztere ist nie eindeutig bestimmt; man kann beispielsweise stets dieselbe subharmonische Funktion zu u_1 und u_2 addieren.) Hingegen darf die Differenz

$$\mu(e) = \mu_1(e) - \mu_2(e) \tag{3}$$

als eine auf der Riemannschen Fläche definierte, vollständig additive Mengenfunktion aufgefasst werden. Der Wert von μ ist nämlich unabhängig davon, welche Darstellung (2) und welche Uniformisierende z man wählt.

---

[1] Diese Arbeit wurde zur Hauptsache an der University of Maryland in College Park (Maryland) ausgeführt und unterstützt durch die United States Air Force unter Contract No. AF 18 (600)-573.

[2] Dies ist z. B. stets dann erfüllt, wenn u von der Klasse C^2 ist. Bezüglich Definition und allgemeine Eigenschaften subharmonischer Funktionen verweisen wir auf das Buch von T. Radó [9].