FASTPERIODISCHE FUNKTIONEN AUF HALBGRUPPEN.

Von

WILHELM MAAK

in HAMBURG.

Der Begriff „fastperiodische Funktion", der ursprünglich von H. Bohr nur für Funktionen einer reellen Variablen geschaffen wurde, lässt sich nach v. Neumann [2] auch für Funktionen auf Gruppen erklären, und eine ausführliche Theorie dieser Funktionen hat sich entwickelt [3]. In der vorliegenden Abhandlung wird gezeigt, dass man auch für Funktionen der Elemente einer Halbgruppe den Begriff „fastperiodisch" definieren kann (§ 1). Die in diesem Sinne fastperiodischen Funktionen sind identisch mit den nach v. Neumann fastperiodischen Funktionen, wenn die Halbgruppe eine Gruppe ist. Für die fastperiodischen Funktionen einer Halbgruppe gelten wörtlich dieselben Sätze wie für die fastperiodischen Funktionen auf Gruppen. Wir werden insbesondere in § 5 den folgenden *Approximationssatz* beweisen: Jede auf einer Halbgruppe $\mathfrak{H}$ fastperiodische Funktion $f(x)$ lässt sich gleichmässig und beliebig genau durch Ausdrücke

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{\varrho, \sigma=1}^{s_i} \gamma_{i, \varrho\sigma} D_{i, \varrho\sigma}(x)$$

approximieren. Dabei bedeuten die $D_{i, \varrho\sigma}(x)$ die Koeffizienten geeigneter unitärer Darstellungen $D_i(x) = \{D_{i, \varrho\sigma}(x)\}$ von $\mathfrak{H}$ und die $\gamma_{i, \varrho\sigma}$ sind geeignete komplexe Zahlen. Wenn $\mathfrak{H}$ speziell eine Gruppe ist, so ist dies der bekannte Approximationssatz der v. Neumannschen Theorie.

Der Beweis des Approximationssatzes für fastperiodische Funktionen einer Halbgruppe wird von uns dadurch geführt werden, dass wir den fastperiodischen Funktionen der Halbgruppe umkehrbareindeutig die fastperiodischen Funktionen einer gewissen zu $\mathfrak{H}$ gehörigen Gruppe $\hat{\mathfrak{G}}$ zuordnen. Anwendung des v. Neumannschen Approximationssatzes auf die fastperiodischen Funktionen von $\hat{\mathfrak{G}}$ liefert dann unmittelbar auch den Approximationssatz für die Funktionen auf $\mathfrak{H}$.