ÜBER p-GRUPPEN VON MAXIMALER KLASSE.

Von

A. WIMAN

in LUND.

I.

1. Das Zentrum einer p-Gruppe G bezeichnen wir mit $\zeta_1(G)$ und die zugehörige Faktorgruppe mit $\frac{G}{\zeta_1(G)}$. Für diese Faktorgruppe sei das Zentrum $\frac{\zeta_2(G)}{\zeta_1(G)}$. In dieser Weise können wir fortsetzen und bekommen zunächst für $\frac{G}{\zeta_2(G)}$ das Zentrum $\frac{\zeta_3(G)}{\zeta_2(G)}$. Die so erhaltene Folge $\zeta_1(G)$, $\zeta_2(G)$, $\zeta_3(G)$, ... muss mit der Gruppe G selbst enden. Hat man $G=\zeta_l(G)$ so heisst l *die Klasse der Gruppe*, und die Folge $\zeta_1(G)$, $\zeta_2(G)$, ... $\zeta_l(G)$ nennt man *die obere Zentralreihe*. Bei maximaler Klasse müssen die Ordnungen der sukzessiven Faktorgruppen möglichst klein ausfallen. Nun gilt für die letzte Faktorgruppe $\frac{G}{\zeta_{l-1}(G)}$, dass ihre Ordnung $\geqq p^2$ sein muss; hierbei wird natürlich vom einfachsten Falle, wo G zyklisch von der Ordnung p ist, abgesehen. Für die vorhergehenden Faktorgruppen existiert dagegen die Möglichkeit, dass die Ordnung auch $=p$ sein kann. Man versteht hieraus, dass, falls p^n die Ordnung von G bezeichnet, so bekommt man $n-1$ als Maximalwert der Klasse. Die Gruppen, mit denen wir uns in dieser Arbeit beschäftigen werden, sind also durch *eine Ordnung* p^n *und eine Klasse* $n-1$ charakterisiert.

Bei den hier folgenden Untersuchungen wird aber nicht von der oberen sondern von *der unteren Zentralreihe* ausgegangen. Doch enthalten bei maximaler Klasse diese beiden Zentralreihen dieselben Gruppen, nur in umgekehrter Reihenfolge. Die Untere Zentralreihe bekommt man durch sukzessive Kommutatorbildung mit Ausgangspunkt von G. Als nächstes Glied hat man die Kommutatorgruppe $(G, G)=G_2$. Wir bezeichnen letztere Gruppe mit G_2 und nicht mit G_1, da wir sogleich zwischen G und ihrer Kommutatorgruppe eine neue charakteristische Untergruppe G_1 von G einschieben